

## Окуучулардын анык интеграл жана анын касиеттери жөнүндө түшүнүгүн калыптандыруу жана окутуунун көйгөйлөрү

**Сопуев Уланбек Адахимжанович**

ф.-м.и.к., доцент, Ош мамлекеттик университети, Кыргызстан, [usopuev1977@gmail.com](mailto:usopuev1977@gmail.com)

**Равшан кызы Нуриза**

магистрант, Ош мамлекеттик университети, Кыргызстан, [ravshankyzynurizao3@gmail.com](mailto:ravshankyzynurizao3@gmail.com)

### Аннотация

Бул макалада мектеп окуучуларына анык интеграл түшүнүгүн жана анын негизги касиеттерин окутуунун методикалык маселелери каралат. Анык интегралды өздөштүрүүдө кездешкен негизги кыйынчылыктар, абстракттуу түшүнүктөрдү кабыл алуудагы психологиялык тоскоолдуктар жана формалдуу эсептөөгө гана басым жасоонун терс натыйжалары талданат. Изилдөөнүн максаты — анык интегралдын геометриялык, физикалык жана практикалык маанисин ачып көрсөтүү аркылуу окуучулардын терең түшүнүгүн калыптандыруунун натыйжалуу жолдорун сунуштоо. Макалада визуалдык моделдерди колдонуу, проблемалык тапшырмалар жана предметтер аралык байланыштар аркылуу интегралдык ой жүгүртүүнү өнүктүрүү мүмкүнчүлүктөрү негизделет. Натыйжада анык интегралды мазмундуу окутуу окуучулардын аналитикалык ой жүгүртүүсүн, логикалык байланыштарды түшүнүү жөндөмүн жана математикага болгон кызыгуусун арттырат.

**Ачкыч сөздөр:** анык интеграл, интегралдын касиеттери, геометриялык мааниси, проблемалык окутуу, визуализация, математикалык түшүнүк

**Шилтеме үчүн:** Сопуев У.А., Равшан кызы Н. (2025). Окуучулардын анык интеграл жана анын касиеттери жөнүндө түшүнүгүн калыптандыруу жана окутуунун көйгөйлөрү. *Евразия изилдөөлөрү ачык журналы*, №4, бб. 95–103. doi: 10.65469/eijournal.2025.4.10

### Киришүү

Заманбап билим берүү системасында математиканы окутуунун негизги максаты — окуучуларда теориялык билимди практика менен тыгыз байланыштырган, логикалык, аналитикалык жана функционалдык ой жүгүртүүнү өнүктүргөн туруктуу математикалык түшүнүктөрдү калыптандыруу болуп саналат [10]. Бүгүнкү күндө билим берүүдө окуучунун даяр маалыматты гана кабыл алуусу эмес, алган билимин реалдуу кырдаалдарда колдонуу жөндөмү өзгөчө мааниге ээ [8]. Бул талаптар математика сабагында абстракттуу түшүнүктөрдү мазмундуу жана аң-сезимдүү өздөштүрүүнү шарттайт.



Математикалык анализдин негизги бөлүктөрүнүн бири болгон анык интеграл мектеп курсунда өзгөчө мааниге ээ [3]. Ал функциялардын касиеттерин терең түшүнүүгө, графиктер менен иштөөгө жана сандык чоңдуктардын өз ара байланышын аныктоого мүмкүндүк берет. Анык интеграл аркылуу аянтты, жолду, жумушту, массаны, орточо маанини жана башка көптөгөн физикалык-геометриялык чоңдуктарды эсептөөгө болот.

Анык интеграл — бул жөн гана формула же эсептөө алгоритми эмес, ал функциянын жүрүшүн, өзгөрүүнүн мүнөзүн жана топтолгон натыйжаны мүнөздөгөн универсалдуу математикалык курал. Бирок практикада анык интегралды окутууда окуучулар көбүнчө анын маңызын терең түшүнбөстөн, даяр формулаларды колдонуп, механикалык эсептөөгө гана басым жасап калышат. Мындай ыкма окуучулардын логикалык байланышты түшүнүүсүн чектеп, темага болгон кызыгуусун төмөндөтөт жана интегралдык ой жүгүртүүнүн калыптанышына тоскоол болот. Ошондуктан анык интеграл түшүнүгүн калыптандырууда илимий негизделген, методикалык жактан туура уюштурулган окутуу ыкмаларын колдонуу зарыл.

### Аныкталган интеграл жана анын касиеттери

Интеграл – математикалык анализдеги негизги түшүнүктөрдүн бири [4]. Эгер  $F(x)$  функциясы  $f(x)$ -тин туунду (антидериwативa) болуп саналса, анда аныкталган интеграл  $\int_a^b f(x) dx$  Ньютон–Лейбниц формуласына ылайык  $F(b) - F(a)$  катары эсептелет [3]. Башкача айтканда, аныкталган интеграл  $a$  жана  $b$  чек арасында  $f(x)$  функциясынын ар бир чекитиндеги маанилерин жыйнактуу түрдө эсептегенде пайда болгон сандык жыйынтыкты туюндурат. Интегралдаштыруунун бул негизги формуласы кайрадан туунда алуу (дифференциалдоо) аракетин тескерисинче аткарат.

Аныкталган интегралдын төмөнкү негизги касиеттери белгилүү:

- **Сызыктуулук:** Эгер  $f$  жана  $g$  үзгүлтүксүз функциялар болсо, анда  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ , ошондой эле  $\int_a^b [kf(x)] dx = k \int_a^b f(x) dx$  ( $k$  – реалдуу константа).
- **Интервал боюнча кошуу касиети:** Эгер супай  $a \leq c \leq b$  ортосунда болсо, анда  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ . Бул касиетти геометриялык жактан караганда,  $y = f(x)$  графиктинин  $x = a$  ден  $x = b$  ге чейинки аймагынын аясы  $x = a$  саркылуу эки бөлүнөт, жана жалпы аймак экөө тең аймактын суммасына барабар болуусун туюндурат.
- **Интегралдын чектерин алмаштыруу:** Эгер  $a > b$  болсо, анда аныкталган интеграл белгиленген өткөрүү ыкмасына ылайык терс мааниге ээ болуп,  $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$  болуп эсептелет. Бул түшүндүрүүдө  $x$ -окустан көз каранды улантуу ондон солго карай жүргүзүлсө, аймак аянтын терс катары эсептөө керектигин көрсөтөт.

Бул касиеттердин негизинде интегралды эсептөөдө окуучуларга ылайык келген ар бир кадам түшүндүрүлүп, формула туура колдонулушу керек. Мисалы,  $a > b$  болгондо же  $f(x)$  функциясы графиктин астында (терс мааниде) жери бар учурда интегралдын белгилүү натыйжасы тууралуу айтуу үчүн жогорудагы багыт касиети колдонулат [4].

### Интегралдын геометриялык мааниси

Интегралдын геометриялык интерпретациясы катары  $y = f(x)$  функциясынын графиги менен  $x = a$ ,  $x = b$  түз сызыктарынын жана  $x$ -окуасынан түшкөн түз сызыктардын чектөөлөрүндө калкып турган ийри сызыктуу трапециянын аянты каралат. Жогорудагы мисалдагы сыяктуу, адан  $b$  ге чейинки аралыкта  $y = f(x)$  менен  $x$ -окуасынын ортосундагы тик бурчтук трапециянын аймагы караңгыланып алынган. Аныкталган интеграл ошол

караңгыланган аймактын аянтына (эгер функция графиги  $x$ -осясынын үстүндө болсо) же терс болгон аянтка (эгер графиги  $x$ -осясынын ылдый жагында болсо) барабар экени түшүндүрүлөт [5]. Мисалы,  $y = f(x)$  графиги  $x$ -осясынын үстүндө экени шартында  $\int_a^b f(x) dx$  түздөн-түз жогоруда калкып турган трапециянын аянтын берет. Бул аныкталган интегралдын геометриялык мааниси катары колдонулары билим берүү стандартында белгиленгендей, «аныкталган интеграл ийри сызыктуу трапециянын аянты» деп алынат.

Ошондой эле, интегралдык багыт касиети аркылуу графиктин  $x$ -осясынын ылдый жагында калган аймак (эгер  $f(x) < 0$  болсо) терс аянт катары эсептелет. Бул түшүндүрүү окуучуларга интегралдын физикалык же практикалык маанисин (мисалы,  $f(x)$  импульс/жылуулук сыяктуу көлөм болушу мүмкүн, анын кумулятивдүү суммасы катары) түшүнүүгө көмөктөшөт.

### Окутуунун көйгөйлөрү жана чечүү жолдору

Интеграл темасын окутууда окуучуларда кээ бир мүнөздүү көйгөйлөр байкалат. Алар жана аларды чечүү жолдору төмөндөгүдөй:

1. **Көйгөй 1:** Окуучулар аныкталган интегралдын геометриялык жана физикалык мазмунун түшүнбөстөн, аны жөн гана формулаларды колдонуу катары кабыл алып кетишет. Алар аймак жана интеграл арасында байланышты көрө беришпейт.

**Чечүү:** Бул көйгөйдү жоюу үчүн сүрөттүү жана практикалык методдор колдонулат. Мисал катары, график тартуу менен  $y = f(x)$  функциясынын  $x = a$  жана  $x = b$  ортосундагы аймагын караңгылатып, аныкталган интегралдын ошол аймакка барабар экени көрсөтүлөт (жогорудагы фигура). Андан соң,  $x$ -окуеден төмөн жана жогору абалындагы функция мисалдарын алып, аймактын терс жана оң мааниси кандайча эсептелээрин талкуулайбыз. Мисалы, функция графиги  $x$ -окуеден төмөн болсо, аймакты терс деп алуунун себеби түшүндүрүлөт. Ошентип, интегралдагы аянт түшүнүгү көрүлүп, аны практикада колдонуу ыкмалары (мисалы, Пифагордук анализ мисалында эмгек табуу, же физикада ылдамдыктан жүргөн жолду аныктоо) аркылуу бекемделет.

2. **Көйгөй 2:** Аныкталган интеграл менен аныкталбаган интегралды (первоначальный интегралды) чаташтыруу. Окуучулар канчалык чоң айырма бар экенин түшүнүп-билбей, баарын бирдей деп кабыл алып кетишет.

**Чечүү:** Бул маселени чечүүдө интегралдын эки түрүн так айырмалап көрсөтүү зарыл. Мисалы, аныкталбаган интеграл (интегралдаштыруу натыйжасы катары алынган генератор функциялардын үй-бүлөсү) кеңири түшүндүрүлүп, анда “+C” кошулганы жана натыйжа символдук экени белгиленет. Андан кийин аныкталган интеграл (чыгашаны эсептөө үчүн табылган бир конкреттүү сан) тууралуу айтыла берет. Демонстрация катары  $\int_a^b f(x) dx$  мисалында  $F(x)$  туунду функциясы алынган учурда натыйжанын  $F(b) - F(a)$  болуп саналаарын көрсөтөбүз. Окуучулар топтогу жана практикалык тапшырмаларда андай айырмачылыкты байкап, өз алдынча иштеши үчүн мисалдардын арасына аныкталбаган жана аныкталган интегралдын маселелерин атайын аралаштырып чечмелештиребиз.

3. **Көйгөй 3:** Интегралдын касиеттерин (линейдуулук, интервал боюнча кошуу, коюлган багыттагы маанилер) эске алуу жаатында катачылыктар орун алат. Айрыкча,  $a > b$  болгон учурларда натыйжаны терс катары түшүнүү ооруктуу болуп калат.

**Чечүү:** Окуучуларга интегралдын касиеттери боюнча атайын мисалдар жана практикалык иштерди уюштурууну киргиздик. Алгебралык кантип интегралдын формуласы белгилүү касиеттери (бирдиктикке кошуу жана туурасынан өсүрүү) аркылуу алынарын көрсөтүп, ар бир касиетти формулалар менен жана графикалык интерпретация менен иштетебиз. Мисалы,  $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$  экени алардын аралыгына байланыштуу багыт өзгөрүү экенин иш жүзүндө көрсөтүү үчүн  $a > b$  болгон мисалдарды чечип иштейбиз.

Ошондой эле интервалды бөлүү касиетин ( $\int_a^b = \int_a^c + \int_c^b$ ) графиктеги так счекитине бөлүү менен түшүндүрөбүз. Бул ыкмалар интегралдык эрежелерди бир тараптуу жаттап эмес, алардын математикалык маанисин андан ары бекемдөөгө жардам берет.

**4. Көйгөй 4:** Окуучулар интегралды эсептөөдө туура алгоритмдерди колдонуу (мисалы, белгилүү функциялардын интегралын табуу) жаатында аз тажрыйбага ээ болушу мүмкүн. Кээде кыйын функциялар үчүн интеграл табууда ката кетирилип же көмөкчү ыкмалар колдонулбайт.

**Чечүү:** Бул көйгөйдү чечүү үчүн 11-класстын программасына кирген функциялар боюнча интегралдарды практикалык мисалдарга негиздөөчү тапшырмалар берилди. Атап айтканда, төмөнкү функциялар эске алынды: кубалуу функциялар ( $f(x) = x^n, n \neq -1$ ), сызыктуу ( $f(x) = ax + b$ ), рационалдык ( $f(x) = \frac{1}{x}$ ), экспоненциалдык ( $f(x) = e^x, a^x$ ), логарифмдик ( $f(x) = \ln x$ ), тригонометриялык ( $f(x) = \sin x, \cos x$ ) жана кош функциялар ( $f(ax + b)$  түрүндөгү). Мындай тапшырмалар аркылуу окуучулар интегралдын табылышындагы туунду алуу эрежелерин (мисалы, степендик функциялар үчүн эреже,  $1/x$  үчүн  $\ln |x|$  ж.б.) жана ар кандай кошумча ыкмаларды (алмаштырууларды) практика жүзүндө өткөргөндүктөн, алардын теманы терең түшүнүүсү жакшырды. Андан тышкары, комплекстүү маселелерде интегралдык иштерди түзүү менен алар математикалык моделдөө да көнүмүш болуп калды.

Бул чечүү жолдордун бардыгы сабакта диалогдук ыкма, графикалык демонстрация, эксперимент-изилдөө ыкмасы сыяктуу педагогикалык ыкмаларды колдонуу менен кеңири түшүндүрүлдү. Ар бир ыкма окуучулардын тиешелүү теманы жонокой эле жаттап калуу эмес, анын ичиндеги маани-мазмунду түшүнүп, мисалдар аркылуу бекемдөө максатында иштетилди. Негизинен, теория менен практиканын тыгыз байланышын түзгөн тапшырмалар (мисалы, конкреттүү графиктин астындагы аймакты эсептөө, физикалык же экономикалык мааниси бар көйгөйлөрдү чече билүү) аркылуу чечимдер кеңири жана деталдуу талданып берилип, теманын чыныгы керектүүлүгү окуучуларга ачык болду.

### Анык интеграл түшүнүгүн калыптандыруунун илимий-методикалык негиздери

Анык интеграл түшүнүгү функциянын графиги, чектелген аралык жана аянт идеясы менен тыгыз байланышта. Окуучулар үчүн эң негизги кыйынчылыктардын бири — интегралды сумманын чеги катары кабыл алуу жана бул процесстин маңызын түшүнүү болуп саналат. Интеграл түшүнүгү чектин жана үзгүлтүксүздүктүн идеяларына таянгандыктан, ал жогорку деңгээлдеги абстракцияны талап кылат.

Методикалык жактан алганда, анык интегралды киргизүү этап-этабы менен, логикалык ырааттуулукта жүргүзүлүшү зарыл. Алгач окуучулар аянтты жакындатуу идеясын түшүнүшү керек. Бул үчүн төмөнкү этаптар сунушталат:

- кесиндини майда бөлүктөргө бөлүү;
- ар бир бөлүккө туура келген тик бурчтуктардын аянттарын эсептөө;
- алынган аянттардын суммасын табуу;
- бөлүктөрдүн санын чексиз көбөйтүү аркылуу аянттын так маанисине өтүү.

Бул логикалык чынжыр окуучуга анык интегралды даяр формула катары эмес, үзгүлтүксүз жакындатуу процесси катары кабыл алууга шарт түзөт. Натыйжада интеграл түшүнүгү окуучунун аң-сезиминде терең жана туруктуу калыптанат.

### Проблемалык жана визуалдык ыкмаларды колдонуу

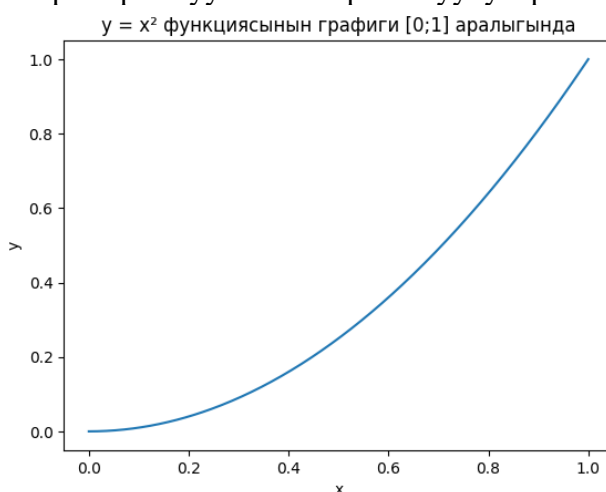
Анык интегралды окутууда проблемалык окутуу жана визуалдык ыкмаларды колдонуу өзгөчө натыйжалуу болуп саналат [1; 2; 6; 9; 12]. Проблемалык окутуунун негизги максаты — окуучуну даяр маалыматты кабыл алуучу эмес, активдүү изилдөөчү катары катыштырууда. Мисалы, сабактын башында төмөнкүдөй проблемалык суроо коюлушу мүмкүн:

«Функциянын графиги менен абсцисса огунун ортосундагы аянтты так кантип эсептөөгө болот?» Бул суроо окуучуларды ой жүгүртүүгө, болжолдоого жана ар кандай ыкмаларды салыштырып көрүүгө түртөт. Графикалык моделдер, аянтты жакындатуу схемалары, ошондой эле динамикалык компьютердик программалар (GeoGebra ж.б.) интеграл түшүнүгүн визуалдык деңгээлде бекемдөөгө жардам берет.

Мисалдар аркылуу анык интегралды түшүндүрүү

Анык интегралды окутууда мисалдардын ролу өзгөчө чоң. Туура тандалган мисалдар окуучулардын абстракттуу түшүнүктөрдү конкреттүү кырдаалдар менен байланыштыруусуна жардам берет жана интегралдык ой жүгүртүүнү калыптандырат.

1-мисал (геометриялык мааниси). Берилсин  $y = x^2$  функциясы жана  $[0;1]$  аралыгы. Окуучуларга функциянын графиги менен абсцисса огунун ортосундагы аянтты табуу сунушталат. Алгач аянтты тик бурчтуктарга бөлүп жакындатуу жолу көрсөтүлөт. Андан соң тик бурчтуктардын саны көбөйгөн сайын аянттын так маанисине жакындаары түшүндүрүлөт. Натыйжада аянт анык интеграл аркылуу эсептелерин окуучулар өз алдынча жыйынтыкташат.



- Бул функция **үзгүлтүксүз** жана берилген аралыкта **терс эмес** маанилерди алат.
- График **абсцисса огуна (x-огуна)** тийишпей, анын үстүндө жайгашкан.
- Демек, функциянын графиги менен абсцисса огунун ортосундагы аянт **анык интеграл** аркылуу эсептелет:

$$S = \int_0^1 x^2 dx$$

- Интегралды эсептейбиз:

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$$

$$S = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

$y = x^2$  функциясынын графиги менен абсцисса огунун ортосундагы,  $[0;1]$  аралыгындагы аянт  $\frac{1}{3}$ -га барабар.

### Педагогикалык эксперимент

Окуучулардын аныкталган интеграл темасына болгон түшүнүгүн калыптандыруу үчүн Ош шаарында бир мектепте (аталышын көрсөтпөстөн) 10-11-класстардын окуучулары

арасында төрт айлык педагогикалык эксперимент жүргүзүлдү[10]. Бул эксперимент илимий принциптерге ылайык, көзөмөлдөөчү шарттагы тажрыйба болуп, эксперименталдык жана башкаруучу топторду салыштыруу аркылуу методиканын натыйжалуулугун өлчөө максатында уюштурулду.

Эксперименттин жүрүшүндө эксперименталдык топто интеграл түшүнүгүн тереңдетүүгө багытталган жаңы ыкмалар колдонулду[11;8]. Сабактарда аныкталган интегралдын геометриялык мааниси боюнча визуалдык материалдар (слайд, сүрөттөр) көрсөтүлүп, акырында Riemann суммалары жөнүндөгү негизги түшүнүк баяндалды. Окуучулар топтор менен бирге долбоордук иштерде ийри функциялардын астындагы аймактарды табуу менен алектеништи[5; 12]. Мисал катары функция графиктин үстүндө жана астында калса, анын кирешеси жана чыгашасын изилдөөгө багытталган тапшырмалар берилип, биргелешип талкууланды. Интегралдын касиеттерин бекемдөө үчүн топтук жана жекече мисалдар иштелип, ар бир касиеттин жапсарынан мисалдар көп жолулап чечилди.

Ошондой эле сабак мазмунуна 11-класстын программасында каралган төмөнкү функциялардын интегралдарын камтыган тапшырмалар киргизилди:

- Кубдук функциялар ( $f(x) = x^n, n \neq -1$ ) жана сызыктуу функциялар ( $f(x) = ax + b$ );
- Рационалдык функциялар ( $f(x) = \frac{1}{x}$  жана  $\frac{1}{ax+b}$  түрүндөгү);
- Экспоненциалдык жана логарифмдик функциялар ( $f(x) = e^x, a^x$  жана  $\ln x$ );
- Тригонометриялык функциялар ( $\sin x, \cos x$ ) жана алардын кош функциялары.

Бул функциялардын интеграциясы 11-класстын математикалык анализ сабагына киргендигинен, алар менен иштетүү бир эле учурда теманы жакшы бекемдөөгө жыйылма болуп кызмат кылды. Ар бир функциянын интегралын табууда катышуучуларга алдын ала тиешелүү туунду табуу эрежелери эскертилип, практика жүзүндө тынчсызданбай колдонулду.

Эксперимент учурунда окуучулардын билиминин өсүшү ар кандай жолдор менен бааланды. Мисалы, контрольдук тест аркылуу сабакка чейинки жана сабактан кийинки билимин салыштыруу жүргүзүлдү. Изилдөө көрсөткөндөй, эксперименталдык топтун окуучулары математикалык анализдин негизги көрсөткүчтөрү боюнча жогорку жыйынтыктарды көрсөтүшүп, интеграл түшүнүгүндөгү катачылыктар аларда азаюу тенденциясын көрсөттү. Мындай натыйжалар экспериментте колдонулган иш жүзүндөгү ыкмалардын эффективдүүлүгүн тастыктап, даректүү машыктыруунун жана теория менен практика байланышын бекемдеген сабак өткөрүүнүн пайдасы чоң экенин көрсөткөнү менен маанилүү.

Жыйынтыктап айтканда, иш-чараларды жана тапшырмаларды интегралдын геометриялык жана алгебралык касиеттерин камтыган түрдө уюштуруу, ошондой эле 11-класстын каралган функциялары менен интегралдарды иштетүү окуучулардын аныкталган интеграл жөнүндө түшүнүгүн сапаттуу калыптандырууда натыйжалуу болуп, окутуудагы негизги көйгөйлөрдүн чечүү жолдорун тактоо мүмкүнчүлүгүн ачты [6; 10].

## Колдонулган адабияттар

1. Брушлинский А. В. Проблемное обучение и мышление учащихся. — М.: Педагогика, 1983.
2. Махмутов М. И. Проблемное обучение: основные вопросы теории. — М.: Педагогика, 1975.
3. Колмогоров А. Н. Элементы математического анализа в школе. — М.: Просвещение, 1987.
4. Никольский С. М. Курс математического анализа. — М.: Наука, 1990.
5. Атанасян Л. С. и др. Алгебра и начала математического анализа. — М.: Просвещение, 2019.

6. Пойа Д. Как решать задачу. — М.: Просвещение, 1985.
7. Леонтьев А. А. Психология обучения. — М.: Академия, 2001.
8. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения. — М.: Педагогика, 1981.
9. Кудрявцев Т. В. Развитие познавательной активности учащихся. — М.: Наука, 1986.
10. Пидкасистый П. И. Педагогика. — М.: Юрайт, 2010.
11. Занков Л. В. Развитие учащихся в процессе обучения. — М.: Педагогика, 1999.
12. Жолдошев А. Ж. Математиканы окутуунун методикасы. — Бишкек: Билим, 2015.
13. Келдибекова А. О. Инновационные методы обучения математике в школе // Наука и образование. — 2018. — №4.
14. Мамытов К. С. Математикалык анализдин негиздери. — Бишкек, 2016.
15. Заманбап окуу программалары жана методикалык колдонмолор. — Бишкек: Билим берүү министрлиги, 2020.

Открытый журнал евразийских исследований, 2025, №4, сс. 95-103

doi: 10.65469/eijournal.2025.4.10

[eijournal.ilimbilim.kg](http://eijournal.ilimbilim.kg)

---

ПЕДАГОГИКА / PEDAGOGY

УДК 372.851:517.311

## Формирование представлений у учащихся об определённом интеграле и его свойствах и проблемы обучения

**Сопуев Уланбек Адахимжанович**

к.ф.-м.н., доцент, Ошский государственный университети, Кыргызстан, [usopuev1977@gmail.com](mailto:usopuev1977@gmail.com)

**Равшан кызы Нуриза**

магистрант, Ошский государственный университети, Кыргызстан, [ravshankyzynurizao3@gmail.com](mailto:ravshankyzynurizao3@gmail.com)

### Аннотация

В статье рассматриваются методические проблемы формирования у школьников представлений об определённом интеграле и его основных свойствах. Анализируются трудности, возникающие при усвоении абстрактных понятий, а также недостатки формального подхода, ориентированного лишь на вычисления. Цель исследования — показать пути формирования осознанного понимания определённого интеграла через раскрытие его геометрического, физического и практического смысла. Обосновывается эффективность использования наглядных моделей, проблемных заданий и межпредметных связей. Делается вывод о том, что содержательное изучение определённого интеграла способствует развитию аналитического мышления и повышению интереса учащихся к математике.

**Ключевые слова:** определённый интеграл, свойства интеграла, геометрический смысл, проблемное обучение, визуализация



*Open Journal of Eurasian Issues*, 2025, no. 4, pp. 95-103

doi: 10.65469/eijournal.2025.4.10

[eijournal.ilimbilim.kg](http://eijournal.ilimbilim.kg)

---

ПЕДАГОГИКА / PEDAGOGY

УДК 372.851:517.311

## Formation of Students' Understanding of the Definite Integral and Its Properties and Teaching Challenges

**Sopuev Ulanbek Adakhimzhanovich**

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Osh State University, Kyrgyzstan,*

[usopuev1977@gmail.com](mailto:usopuev1977@gmail.com)

**Ravshan kyzy Nuriza**

*Master's Student, Osh State University, Kyrgyzstan, [ravshankyzyrurizao3@gmail.com](mailto:ravshankyzyrurizao3@gmail.com)*

### Abstract

This article examines methodological challenges in forming students' understanding of the definite integral and its main properties. The difficulties of mastering abstract concepts and the limitations of purely computational approaches are analyzed. The purpose of the study is to demonstrate effective ways of developing meaningful understanding of the definite integral through its geometric, physical, and practical interpretations. The use of visual models, problem-based tasks, and interdisciplinary connections is substantiated. The study concludes that meaningful teaching of the definite integral enhances students' analytical thinking and interest in mathematics.

**Keywords:** definite integral, properties of integrals, geometric meaning, problem-based learning, visualization