Евразия изилдөөлөрү ачык журналы, 2025, 3(3), бб. 8-15
doi: 10.65469/eijournal.2025.3.2
eijournal.ilimbilim.kg

МАТЕМАТИКА / MATHEMATICS
УДК

Бир тектүү эмес бөлүгү индикатордук функция болгон учурда сингулярдык козголгон маселенин чечимин изилдөө

Акматов Абдилазиз Алиевич
улук окутуучу, Ош мамлекеттик университети, Кыргызстан, aakmatov@oshsu.kg
https://orcid.org/0009-0004-6756-4262

Мамаджанова Кылымгүл Маматовна
окутуучу, Ош мамлекеттик университети, Кыргызстан, kylymm.01@gmail.com
https://orcid.org/0009-0009-3525-9438

Адилжанова Сурайё Яшиновна
магистрант, Ош мамлекеттик университети, Кыргызстан, adilzhanova1999@mail.ru
https://orcid.org/0009-0006-7642-2818

Абдыкалык кызы Кайрынса
магистрант, Ош мамлекеттик университети, Кыргызстан, kairynsa2000@gmail.com
https://orcid.org/0009-0001-2787-0204

Мамадиярова Айтолкун Манасбековна
магистрант, Ош мамлекеттик университети, Кыргызстан, mamadiarova.aitolkun@gmail.com
https://orcid.org/0009-0004-4108-1537

Талант уулу Бектур
магистрант, Ош мамлекеттик университети, Кыргызстан, bekturtalantuulu@gmail.com
https://orcid.org/0009-0009-8457-7344

Аннотация

Жумушта туруктуулук шарты өзгөргөн учурда сингулярдык козголгон биринчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемеде сырткы таасир этүүчү күч индикатордук функция катары берилгенде, туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушу орун алары көрсөтүлгөн. Чечим чыныгы сандар талаасында изилденген. Изилдөөдө сингулярдык козголгон жана козголбогон маселелердин чечимдеринин жакындыгы кичине параметрдин чыныгы оң даражалары менен, өздүк маанилердин нөлдөрүнүн тартиби эске алынып аныкталган. Туруктуулуктун жоголуусунун узартылыш кубулушу орун алуусу үчүн жалпыланган функциялардан пайдалануу мүмкүн экендиги жумушта көрсөтүлгөн.

Ачкыч сөздөр: козголуу, параметр, чечим, туруктуулук, жалпыланган функция, дифференциалдык теңдеме

Шилтеме үчүн: Акматов А.А., Мамаджанова К.М., Адилжанова С.Я., Абдыкалык к. К., Мамадиярова А.М., Талант у. Б. (2025). Бир тектүү эмес бөлүгү индикатордук функция болгон учурда сингулярдык козголгон маселенин чечимин изилдөө. *Евразия изилдөөлөрү ачык журналы*, 3(3), бб. 8-15. doi: 10.65469/eijournal.2025.3.2

© The Author(s) 2025.
This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Киришүү

Кээ бир учурларда инженердик маселелерди изилдөөдө түзүлгөн математикалык модель туунду алдында кичине параметрди кармаган кадимки биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелердин жардамында жазылат. Бул дифференциалдык тендемелер түзүлгөн математикалык моделге жараша сызыктуу бир тектүү эмес же сызыктуу эмес болуп калуусу мүмкүн. Эки учурда тең сырткы таасир этүүчү күчтү туюндурган $f(t)$ катышат. Бирок көпчүлүк ушул багыттагы жумуштарда матрица функциянын өздүк маанисинин белгисине карата туруктуу жана туруксуз аралыктарды аныктоо менен, $f(t)$ функциясын жылмакай жакшы функция деп эсептөө менен изилдөөнү жүргүзүшкөн. Жумуштун максаты сырткы күчтү туюндуруучу $f(t)$ функциясынын туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушуна тийгизген таасирин изилдөө болуп саналат. Изилдөөнүн актуалдуулугу мына ушул жерде жатат. Андан сырткары бул дифференциалдык теңдеме конкреттүү бир инженердик же физикалык маселенин математикалык модели болуп саналат.

Адабияттарга сереп. Математикалык моделди [1] таянуу менен түзүүгө болот. Бул ыкма модель түзүүнүн бир эле ыкмасы, башкача жол менен да түзүүгө болот.

Ал эми математикалык модель болуп эсептелген дифференциалдык теңдемелерди чечүү ыкмалары [2,3] эмгектерде кеңири берилген.

Сингулярдык козголгон маселенин чечими изилденүүчү аймакта ал аймакты аныктаган функцияга карата туруктуу, бирок андан алынган туундуга карата туруктууда туруксуз да болуп калган аймактарды камтыса , анда бул учурда туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушу орун алды деп эсептелет. Бул учурда туруктуу аймактан туруксуз аймакка баруучу интегралдоо жолу дайыма кемүүчү боло тургандай жолду тандап алуу маселеси келип чыгат. Ушул маселени чечүүнүн бир усулу [4] эмгекте көрсөтүлгөн. Ал усулга ылайык аймакты аныктаган функция туруктуу болгон жерде дайыма чек аралык катмарга дейре кемүүчү болгон интегралдоо жолун тандоого мүмкүн экендиги көрсөтүлгөн.

Кээ бир өздүк маанилер туруктуу жана туруксуз аралыктарды аныктап, бирок ал өздүк маанилерден алынган анык интеграл аныктаган аралыкта туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушу орун албайт. Мындай учурда баштапкы чекитти туруктуулук шарты алмашкан чекиттен тандоо менен эки жактуу туруктуулукту аныктап изилдөө [5] жумушта каралган.

Сырткы күчтү туюндуруучу $f(t)$ функциясы кичине параметр ε көбөйтүлсө аны кичине козголуу деп атоо менен изилдөө жүргүзүү [6] жумушта аткарылган. Жумушта бул учурда өздүк маанинин табиятына көз каранды болбостон туруктуулуктун жоголушунун узартылышы кубулушу орун алары көрсөтүлгөн. Бул өз учурунда сырткы күчтүн табиятына

жараша туруктуулуктун жоголушунун узартылышы кубулушу орун алуусуна тийгизген таасири байкалган. Ошол себептүү бул макалада сырткы таасир этүүчү күч жай өзгөрүүчү амплитуда жана өтө жогорку жыштыкка ээ болгон учурда туруктуулуктун жоголуусунун узартылыш кубулушу орун аларын далилдөөгө багытталган.

Биринчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдеме инженердик маселелерди чечүүдө математикалык модель катары колдонулган учур [7] жумушта каралган. Анда бифуркация кубулушу пайда болуп, сырткы күч жылмакай эмес функция түрүндө берилген. Мындай дифференциалдык теңдемелерди чечүү үчүн өзгөчө ыкма талап кылынат. Бул ыкманын колдонулушу жана теңдемени чечүү жолдору аталган жумушта кеңири баяндалган.

Сырткы таасир этүүчү күч жылмакай функция катары каралып, туруктуулуктун жоголушунун узартылыш кубулушу аныкталган аймактын акыркы чекити критикалык чекит катары алынган изилдөө [8] жумушта каралган. Чек аралык жана туруктуу аймактардын биргелешкен учурлары талданып, сингулярдуу козголууга ээ болгон дифференциалдык теңдеменин чечими туруктуулук шарты өзгөргөн шартта изилденген. Чечимдин асимптотикасы тургузулган.

Жумушта [9] спектралдык туруктуулук шарты бузулган сингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемеде Коши маселелерин регуляризациялоо боюнча С. А. Ломовдун ыкмасы өркүндөтүлөт. Баштапкы мезгилде өздүк маанилер «жупталып» калган «алсыз» бурулуш чекитине ээ болгон учур каралат. Мындай спектралдык өзгөчөлүктөр теориялык физикада жана дифференциалдык теңдемелерде белгилүү болсо да, регуляризация ыкмасынын алкагында мурда изилденген эмес. Макалада бул боштук толукталып, регуляризациялоочу функцияларды киргизүү жолдору, алгоритмдин негиздемеси жана кичине параметр боюнча асимптотикалык чечимди куруу көрсөтүлөт.

Бул жумушта [10] сингулярдуу бузулууга ээ болгон параболикалык типтеги экинчи тартиптеги дифференциалдык теңдеме үчүн тик бурчтукта берилген биринчи чектик маселенин чечимине кичине параметр боюнча бир тектүү асимптотикалык жакындоосу тургузулган. Маселенин татаалдыгы жылуулук өткөрүмдүүлүк операторунун алдында кичине параметрдин болушу жана тик бурчтуктун ылдыйкы бурчтарында чектик катмарлардын пайда болушу эсептелет. Вишик–Люстерник ыкмасы колдонулуп, чечим тышкы жана чектик катмардык бөлүктөрдөн түзүлгөн формалдуу жакындоо түрүндө алынат. Андан кийин калдык мүчөгө баа берилип, алынган жакындоо тик бурчтуктун бүтүндөй аймагында асимптотикалык экени далилденген. Катмардык чечимдер тик бурчтуктун капталдарына жана бурчтарына жакын аймактарда гана маанилүү болуп, алардын таасири аймактан алыстаган сайын

экспоненциалдуу түрдө азаят. Бул жумуш жекече туундулуу дифференциалдык тендемелерде кичине параметр катышкан учур изилденген.

Маселенин коюлушу. Сингулярдык козголууга ээ болгон кадимки биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемени карайлы

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon) = a(t)x(t,\varepsilon) + \varepsilon f(t), \tag{1}$$

$$x(t_0,\varepsilon) = x_0(\varepsilon), |x_0(\varepsilon)| = O(\varepsilon) \tag{2}$$

мында $a(t) = t - 1$, $0 < \varepsilon$ - кичине параметр, $t \in T$ - чектүү же чексиз кесинди, ал эми бир тектүү эмес бөлүктү аныктоочу функция индикатордук функция, тактап айтканда $f(t) = H(t) - H(t-1)$, мында $H(t), H(t-1)$ -Хевисайддын $t = 0$ жана $t = 1$ чекиттеринде аныкталган функциялары.

Формалдуу түрдө $\varepsilon = 0$ деп алуу менен козголбогон $a(t)\tilde{x}(t,0) = 0$ алгебралык теңдемесине ээ болобуз. Ал козголбогон маселенин чечими $\tilde{x}(t) = 0$.

Өздүк маанини нөлгө барабарлап теңдеме катары чечүү менен $-\infty < t < 1$ аралыгынын туруксуз, ал эми $1 < t < +\infty$ аралыгын туруктуу, ошондой эле $t = 1$ чекити туруксуздуктан туруктуулукка өтүүчү туруктуулук шарты алмашкан чекит болорун аныктайбыз.

Эгерде козголгон (1), (2) маселенин чечими $x(t,\varepsilon)$ болсо, анда негизги маселе болуп, козголгон жана козголбогон маселенин чечимдери үчүн

$$\lim_{\varepsilon \to 0} x(t,\varepsilon) = \tilde{x}(t), \tag{3}$$

пределдик өтүү кандай t үчүн орун аларын далилдөө саналат.

Изилдөө усулдары. Жогорку (3) барабардык $t \in [0;\ 2]$ кесиндисинде орун аларын далилдөө керек. Ал үчүн (1), (2) маселени ага тең күчтүү интегралдык маселе менен алмаштырабыз:

$$x(t,\varepsilon) = x_0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t a(s)ds\right) + \int_0^t f(\tau)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t a(s)ds\right)d\tau. \tag{4}$$

Козголбогон маселенин чечими $\tilde{x}(t) = 0$. Ошону менен бирге баштапкы чекит $t_0 = 0$ болуп туруктуу аралыктан тандалып алынган.

Өздүк мааниден интеграл алып, анын терс болгон аралыгын туруктуу аралык деп алабыз. Анда

$$u(t) = \mathrm{Re}\int_0^t a(s)ds = \frac{(t-1)^2 - 1}{2}.$$

Мындан туюк $H_0 = \{t : t \in [0;2]\}$ кесиндисин алалы. Демек, (1), (2) маселенин бир тектүү бөлүмүнө дал келген чечим $u(t) \le 0$ болгондо

$$\left| x_0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t a(s)ds\right)\right| = O(\varepsilon).$$

Маселе чыныгы сандар талаасында изилденгендиктен интегралдоо жолу бир гана жолдон турат. Ошону менен бирге ал интегралдоо жолу $u(t)-u(\tau)\le 0$ шартын канааттандыруусу керек. Мында (4) барабардыктан бир тектүү эмес бөлүккө дал келүүчү чечимдин кошулуучусун

$$I(t,\varepsilon)=\int_0^t f(\tau)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t a(s)ds\right)d\tau\,, \tag{5}$$

мында $f(t)=H(t)-H(t-1)$, мында $H(t), H(t-1)$ - Хевисайд функциясы. Маселени чыныгы сандар талаасында чечүү үчүн жогорку интегралды эсептейли. Бир тектүү эмес функция $t\in[0;1)$ аралыгында бирге барабар болот. Бирок бул аралык туруктуу аралык болгондуктан туруктуулуктун шартынын негизинде баалоо ε тартибинде алынат.

Ал эми $t\in[1;2]$ аралыгында индикатордук функция нөлгө барабар болуп, бир тектүү бөлүккө дал келүүчү баалоо орун алат.

Демек, (5) барабардыктын абсалюттук чоңдугун алсак

$$|I(t,\varepsilon)| = O(\varepsilon).$$

Жалпы алганда биринчи жакындашуу үчүн H_0 аралыгында $|x_1(t,\varepsilon)| = O(\varepsilon)$

Төмөнкү теорема орун алат:

Теорема. H_0 аралагында (1), (2) маселенин чечими үчүн $|x(t,\varepsilon)| = O(\varepsilon)$ баалоосу туура болот.

Корутунду. Бир тектүү эмес бөлүк индикатордук функция болсо, туруктуулук шарты алмашкан учурда сингулярдуу козголгон кадимки дифференциалдык теңдеменин чечими үчүн туруктуулуктун жоголушунун узартылышы кубулушу орун алары жумушта көрсөтүлдү. Андан сырткары изилдөө, комплекстүү тегиздикке көчпөстөн чыныгы сандар талаасында аткарылды. Бул алынган жыйынтык, теорияга дагы да салым кошуп, анын өнүгүүсүнө салым кошуу болуп эсептелет. Бул учур конкреттүү инженердик маселелерди чечет.

Колдонулган адабияттардын тизмеси

[1] Ponomarev, K.K. Formulation of Differential Equations; Vysshaya Shkola: Minsk, 1973. p. 171.

[2] Krasnov, M.L.; Kiselev, A.I.; Makarenko, G.I. Ordinary Differential Equations; Moscow: 2002; p. 26.

[3] Galunova, K.V.; Volkov, D.Yu.; Krasnoshchekov, V.V. Higher Mathematics. Ordinary Differential Equations; St. Petersburg: POLYTECH-PRESS, 2020; p. 42.

[4] Alybaev KS. Level line method for studying singularly perturbed equations under violation of the stability condition. Bull J Balasagyn Kyrgyz Natl Univ. 2001;(3):190–200.

[5] Akmatov AA, Toktorbaev A, Shakirov K. Bistability of solutions to a nonlinear problem. In: 6th International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2022). Antalya: American Institute of Physics Inc.; 2022. 3085(12):020013. DOI: 10.1063/5.0195662

[6] Akmatov, A.; Mamadzhanova, K.; Baymamatova, A.; Islamidin kyzy, E. Influence of a Small Perturbation on the Phenomenon of Delayed Loss of Stability;Bulletin of Osh State University: Osh, 2025. p. https://doi.org/10.52754/16948645_2025_4(1)_41

[7] Zhusubaliyev ZT, Sopuev UA, Bushuev DA. Bifurcation structure of the periodically forced relay system. In: Tuleshov A, Jomartov A, Ceccarelli M, editors. Advances in Asian Mechanism and Machine Science. Asian MMS 2024. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer; 2024. P. 116–24. DOI: 10.1007/978-3-031-67569-0_14

[8] Karimov S, Anarbaeva GM. Investigation of a singularly perturbed task solution in an unbounded domain. In: Makarenko EN, Vovchenko NG, Tishchenko EN, editors. Technological Trends in the AI Economy. Singapore: Springer; 2023. P. 49–60. DOI: 10.1007/978-981-19-7411-3_6

[9] Kirichenko PV. Singularly perturbed Cauchy problem for a parabolic equation in the presence of a "weak" turning point of the limit operator. Math Notes NEFU. 2020;27(3):3–15. DOI: 10.25587/SVFU.2020.43.25.001

[10] Kozhobekov KG, Shoorukov AA, Tursunov DA. Asymptotics of the solution of the first boundary problem for a singularly perturbed partial differential equation of the second order parabolic type. Bull South Ural State Univ Ser Math Mech Phys. 2022;14(1):27–34. DOI: 10.14529/mmph220103

Открытый журнал евразийских исследований, 2025, 3(3), сс. 8-15
doi: 10.65469/eijournal.2025.3.2
eijournal.ilimbilim.kg

МАТЕМАТИКА / MATHEMATICS
УДК

Исследование решения сингулярной возмущённой задачи в случае неоднородной индикаторной функции

Акматов Абдилазиз Алиевич
старший преподаватель, Ошский государственный университет, Кыргызстан, aakmatov@oshsu.kg
https://orcid.org/0009-0004-6756-4262

Мамаджанова Кылымгүл Маматовна
преподаватель, Ошский государственный университет, Кыргызстан, kylymm.01@gmail.com
https://orcid.org/0009-0009-3525-9438

Адилжанова Сурайё Яшиновна
магистрант, Ошский государственный университет, Кыргызстан, adilzhanova1999@mail.ru
https://orcid.org/0009-0006-7642-2818

Абдыкалык кызы Кайрынса
магистрант, Ошский государственный университет, Кыргызстан, kairynsa2000@gmail.com
https://orcid.org/0009-0001-2787-0204

Мамадиярова Айтолкун Манасбековна
магистрант, Ошский государственный университет, Кыргызстан, mamadiarova.aitolkun@gmail.com
https://orcid.org/0009-0004-4108-1537

Талант уулу Бектур
магистрант, Ошский государственный университет, Кыргызстан, bekturtalantuulu@gmail.com
https://orcid.org/0009-0009-8457-7344

Аннотация

В случае смены условия устойчивости в процессе работы, когда внешняя воздействующая сила в сингулярном возмущённом обыкновенном дифференциальном уравнении первого порядка задаётся в виде индикаторной функции, демонстрируется явление затягивания потери устойчивости. Решение исследовалось в области действительных чисел. В исследовании близость решений сингулярных возмущённых и невозмущённых задач определялась с учётом положительных степеней малого параметра и порядка нулей собственных значений. В работе показана возможность применения обобщённых функций для описания возникновения явления затягивания потери устойчивости.

Ключевые слова: возмущение, параметр, решение, устойчивость, обобщенная функция, дифференциальные уравнения

Open Journal of Eurasian Issues, 2025, 3(3), pp. 8-15
doi: 10.65469/eijournal.2025.3.2
eijournal.ilimbilim.kg

МАТЕМАТИКА / MATHEMATICS
УДК

Women's fashion in the USSR during the Great Patriotic War: a balance of practicality and femininity

Abdilaziz Akmatov
Senior Lecturer, Osh State University, Kyrgyz Republic, aakmatov@oshsu.kg
https://orcid.org/0009-0004-6756-4262

Kylymgul Mamadjanova
Lecturer, Osh State University, Kyrgyz Republic, kylymm.01@gmail.com
https://orcid.org/0009-0009-3525-9438

Suraiyo Yashinovna Adilzhanova
Master's Student, Osh State University, Kyrgyz Republic, adilzhanova1999@mail.ru
https://orcid.org/0009-0006-7642-2818

Kairynsa Abdykalyk Kyzy
Master's Student, Osh State University, Kyrgyz Republic, kairynsa2000@gmail.com
https://orcid.org/0009-0001-2787-0204

Aitolkun Manasbekovna Mamadiarova
Master's Student, Osh State University, Kyrgyz Republic, mamadiarova.aitolkun@gmail.com
https://orcid.org/0009-0004-4108-1537

Bektur Talant Uulu
Master's Student, Osh State University, Kyrgyz Republic, bekturtalantuulu@gmail.com
https://orcid.org/0009-0009-8457-7344

Abstract

In the case of a change in the stability condition during operation, when the external acting force in a singularly perturbed first-order ordinary differential equation is given in the form of an indicator function, the phenomenon of delayed loss of stability is demonstrated. The solution was studied in the field of real numbers. In the study, the closeness of the solutions of singularly perturbed and unperturbed problems was determined taking into account positive powers of a small parameter and the order of zeros of the eigenvalues. The work shows the possibility of using generalized functions to describe the occurrence of the phenomenon of delayed loss of stability.

Keywords: perturbation, parameter, solution, stability, generalized function, differential equations